

А.М. Горячко<sup>1</sup>, Д.О. Корж<sup>1</sup>, Д.В. Слободянюк<sup>1</sup>, М.В. Стріха<sup>1,2</sup>

## Польова емісія з перспективних катодів на основі наноструктурованого SiC: новий підхід до врахування коефіцієнта посилення поля

<sup>1</sup>Київський національний університет ім. Тараса Шевченка, пр. Глушкова, 4г, Київ, Україна

<sup>2</sup>Інститут фізики напівпровідників ім. В.С.Лащкарьова НАН України, пр. Науки, 41, Київ, Україна,  
[maksym\\_strikha@hotmail.com](mailto:maksym_strikha@hotmail.com)

Побудовано послідовну теорію польової емісії з наноструктурованого напівпровідникового SiC з використанням створеної аналітичної моделі для коефіцієнта підсилення поля у випадку достатньо «згладжених» протрузій, поверхня яких описуються кривою лоренцівського типу. Для верифікації наближень цієї аналітичної моделі проведено прямий чисельний розрахунок коефіцієнту посилення поля для зазначених протрузій з розв'язанням рівняння Пуассона-Больцмана методом скінченних елементів. Одержані чисельні оцінки підтверджують перспективність таких катодів. Для випадку достатньо «гострої» протрузії, висота якої є більшою від півширини, при полях  $\sim 3 \times 10^8$  В/м можна очікувати емісійного струму  $\sim 1$  мА з квадратного сантиметру поверхні катоду. Перевагою запропонованих наноструктурованих катодів на основі SiC залишається простота технології їх виготовлення.

**Ключові слова.** Польова емісія, коефіцієнт посилення поля, наноструктурована поверхня, протрузія.

Подано до редакції 23.03.2022; прийнято до друку 3.06.2022.

### Вступ

Протягом останніх років відбувається інтенсивне вивчення новітніх джерел електронів для пристроїв польової емісії (ПЕ), базованих на широкозонних матеріалах типу GaN, алмазу тощо (див. напр. [1] і посилання в цій роботі). Унікальні властивості SiC, висока хімічна й термічна стабільність роблять цей напівпровідник перспективним для багатьох застосувань.

У роботі [2] нами розглянуто наноструктурований шар SiC на підкладинці Si(001) як перспективний (зокрема й з погляду простоти технології виготовлення) матеріал для холодної ПЕ. Ми в рамках простих наближень досліджували емітуючі властивості такої структури з нанопротрузіями SiC висотою приблизно в 100 нм на покритій SiC кремнійовій підкладинці. Наявність нанопротрузій

критично важлива для ефективності ПЕ, оскільки біля їхніх вершин відбувається суттєве локальне посилення електричного поля [1].

До цього часу не існує повної теорії ПЕ електронів з напівпровідників. Однак зрозуміло, що така емісія суттєво залежатиме від типу області просторового заряду (ОПЗ), яка формується під поверхнею напівпровідника під впливом домішкових центрів та електричного поля, яке проникає в напівпровідник. Було розглянуто реалістичне наближення: після прикладення зовнішнього поля, зумовленого позитивним потенціалом аноду, під поверхнею утворюється область, збагачена носіями заряду.

Протрузії, що спостерігалися експериментально, було апроксимовано наноконусами з середньою висотою  $h$ , радіусом основи  $R$ , та радіусом вістря  $r$ . Було розглянуто випадок порівняно низької поверхневої концентрації нанопротрузій, що не перекриваються одна з одною,  $N = 1.5 \times 10^{12} \text{ м}^{-2}$ .

Точний розгляд задачі про струм емісії з

розглянутої в [2] наноструктурованої поверхні, потребує розв'язання складної самоузгодженої задачі для електричного поля, поверхневого потенціалу та поверхневої густини заряду в напівпровідниках.

Однак у наближенні, використаному в [2], було отримано вираз для струму емісії з ділянки площі  $L \times L$ , що складався з двох доданків: струму з плоскої «основи» і струму з вістрів:

$$I = \frac{\hbar}{4em_e} \left( \frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_s} \right)^2 F^2 \exp \left[ -\frac{4\sqrt{2m} \chi^{3/2}}{3\hbar e} \frac{1}{F} \right] L^2 (1 - N\pi R^2) + \frac{\hbar}{4em_e} \left( \frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_s} \right)^2 \beta^2 F^2 \exp \left[ -\frac{4\sqrt{2m} \chi^{3/2}}{3\hbar e} \frac{1}{\beta F} \right] L^2 N\pi r^2 \quad (1)$$

Тут  $F$  – зовнішнє електричне поле між емітером-катодом та анодом,  $m$  – маса вільного електрона (тунелювання електрона відбувається в вакуум),  $m_e$  – ефективна маса електрона в напівпровіднику,  $\chi$  – спорідненість електрона до вакууму в напівпровіднику,  $\varepsilon_o$  – діелектрична проникність вакууму в одиницях СІ,  $\varepsilon_s$  – відносна діелектрична проникність напівпровідника. Множник підсилення поля  $\beta$  у [2] було використано в найпростішому наближенні [3] як:

$$\beta \approx h/r. \quad (2)$$

У [2] для чисельних оцінок було використано значення  $h \sim 80$  нм,  $R \sim 100$  нм, натомість  $r$  не могло бути достовірно визначено з огляду на критичну залежність радіусу вістря від умов утворення та від режиму функціонування емітера. Було розраховано струм з емітера Si/SiC як функцію електричного поля  $F$  для значень радіусу вістря 1 нм, 3 нм, 5 нм, що призводить до значень  $\beta$  відповідно 80, 26.6 і 16. У найкращому випадку найменшого радіусу вістря при полях  $\sim 4.5 \times 10^7$  В/м показано, що можна очікувати емісійного струму  $\sim 1$  мА з квадратного сантиметру поверхні катоду. Отримані в [2] оцінки близькі до значень, отриманих у [1] для катодів на основі GaN та в [4] – для катодів на основі оксиду цинку.

## I. Аналітична модель для коефіцієнта підсилення поля

Використане в [2] наближення для множника підсилення поля (2) для реальних достатньо згладжених протрузій є доволі грубим. Крім того, як уже зазначалося вище, виникають проблеми з визначенням радіусу вістря протрузії  $r$ .

Насправді аналіз перерізу протрузій, здійснений у [2] з допомогою АСМ, показує, що їх форма задовільно описується кривою типу лоренціану. Тому в цій роботі отримаємо коректний аналітичний вираз для  $\beta$  поблизу вершини протрузії, яка описується в циліндричних координатах кривою типу (рис. 1):

$$z(r) = \frac{h}{1 + \frac{4r^2}{w^2}}. \quad (3)$$

Тут  $z$  та  $r$  – циліндричні координати (вважаємо протрузію аксіально симетричною),  $h$  і  $w$  – висота протрузії і її ширина на половині висоти (це значення значно краще піддається експериментальному визначенню від значення радіусу вістря).

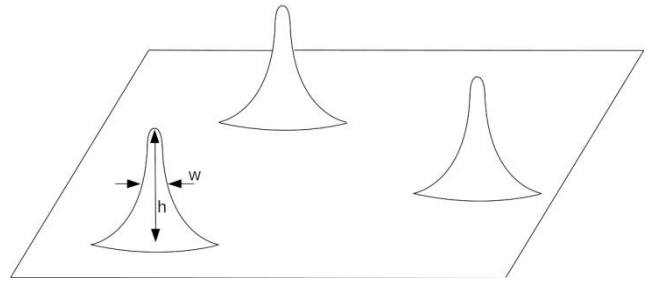


Рис. 1. Поверхня SiC з нанопротрузіями, що мають форму лоренціану (в реальних нанопротрузіях, які спостерігалися в [2],  $h \sim w$ ).

Надалі вважатимемо, що відстань між катодом та анодом  $d \gg h$ , і  $F = U/d$  – зовнішнє електричне поле. Розподіл електричного заряду вздовж аксіально симетричної протрузії по висоті вслід за [3] вважаємо лінійним  $\lambda z$ . Вважаємо так само, що заряд розподілено по висоті в інтервалі  $z$  від 0 до  $L$ , яке є дещо меншим від  $h$  через скінченну кривизну вістря  $R_a$ . У довільній точці потенціал може бути записано як:

$$V(r, z) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_o} \left[ \int_0^L \frac{s}{\sqrt{r^2 + (z-s)^2}} ds - \int_0^L \frac{s}{\sqrt{r^2 + (z+s)^2}} ds \right] + Fz. \quad (4)$$

Другий доданок у (4) відповідає силі зображення. Ми обираємо значення потенціалу, що відповідає поверхні протрузії, нульовим. Вираз (4) дозволяє визначити множник посилення поля на вершині протрузії як:

$$\beta_a = -\frac{1}{F} \frac{\partial V}{\partial z} \Big|_{r=0, z=h}. \quad (5)$$

Інтегруючи (4) і підставляючи результат у (5), для випадку  $h - L \ll h$  ми одержуємо:

$$\beta_a = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_o F} \left( \frac{2h^2}{h^2 - L^2} \right). \quad (6)$$

Параметр  $\lambda$  можна визначити з умови  $V(r, z)|_{r=0, z=h} = 0$ . Запровадивши:

$$R_o = \frac{h^2 - L^2}{h}, \quad (7)$$

ми остаточно одержуємо:

$$\beta_a = \frac{2h/R_o}{\ln(4h/R_o) - 2}. \quad (8)$$

Можна показати, що значення (7) рівне радіусу кривизни вістря  $R_a$ , яке можна визначити через похідні потенціалу як:

$$R_a = (\partial V / \partial z)(\partial^2 V / \partial r^2)|_{z=h, r=0}. \quad (9)$$

Прямий розрахунок за (9) з урахуванням (4) дає:

$$R_a \simeq \frac{h^2 - L^2}{h} \equiv R_o. \quad (10)$$

З іншого боку, значення кривизни вістря може бути розраховане безпосередньо з (3):

$$R_a = \left(\frac{\partial^2 z}{\partial r^2}\right)^{-1} |_{z=h, r=0} = \frac{w^2}{8h}. \quad (11)$$

Підставляючи (11) до (8), ми остаточно маємо:

$$\beta_a = 8 \left(\frac{h}{w}\right)^2 \left[\ln\left(\frac{32h}{w}\right) - 1\right]^{-1}. \quad (12)$$

Очевидно, що вираз (12) можна використовувати для випадку, коли  $32h/w > e$ , де  $e \approx 2,71$ . Однак, така нерівність добре працює навіть для достатньо «згладжених» протрузій, досліджених експериментально в [2].

## II. Чисельне моделювання коефіцієнта підсилення поля

Однак не є цілком зрозумілим, наскільки добрим є наближення лінійного розподілу заряду по висоті [3], використане для обрахунку (4). Це зумовлює необхідність верифікації одержаної аналітичної формули чисельними розрахунками самоузгодженої задачі.

Для знаходження потенціалу та електричного поля в системі підкладка-протрузія розв'яжемо чисельно двовимірне (таке обмеження зумовлене використанням доступного обчислювального пакету) рівняння Пуассона-Больцмана вигляду:

$$\varepsilon \Delta \varphi = - \frac{|e|}{\varepsilon_0 (N_d - N_0 e^{\varphi/\varphi_0})}; \quad \varphi_0 = \frac{k_B T}{|e|} \quad (13)$$

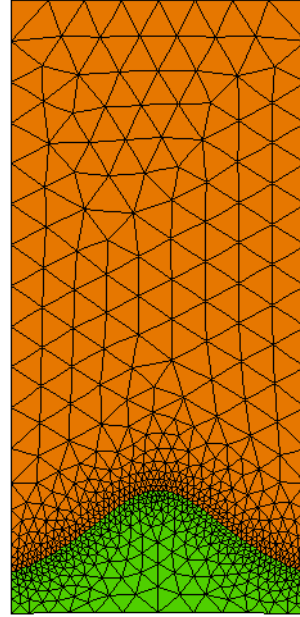
Тут  $\varphi$  - електричний потенціал,  $e$  - заряд електрона,  $\varepsilon_0$  - діелектрична проникність вакууму,  $\varepsilon$  - діелектрична проникність SiC,  $N_d$  - концентрація

донорів у SiC,  $k_B$  - стала Больцмана і  $T$  - температура. Вважаємо, що концентрація електронів описується формулою Больцмана:

$$N_e = N_0 e^{\varphi/\varphi_0}, \quad (14)$$

де  $N_0$  - концентрація електронів, що відповідає значенню  $\varphi = 0$ .

При цьому вістря далі описується кривою типу (3), а сама система для чисельного розрахунку є прямокутно обмеженою, як це зображено на рис. 2.



**Рис. 2.** Схематичне зображення системи: знизу – напівпровідникова протрузія, згори – вакуум. Чорні лінії показують можливе розбиття системи для розрахунку за схемою скінченних елементів.

Чисельне розв'язання (13) ми здійснюємо для різних значень висоти вістря  $h$  та півширини  $w$ . Ми вважаємо, що основа рис.2 має сталий потенціал  $\varphi = 0$ , а верхній край - потенціал від 10 до 40 В. Такі цифри є умотивованими з огляду на лінійну висоту модельованої системи 1 мкм.

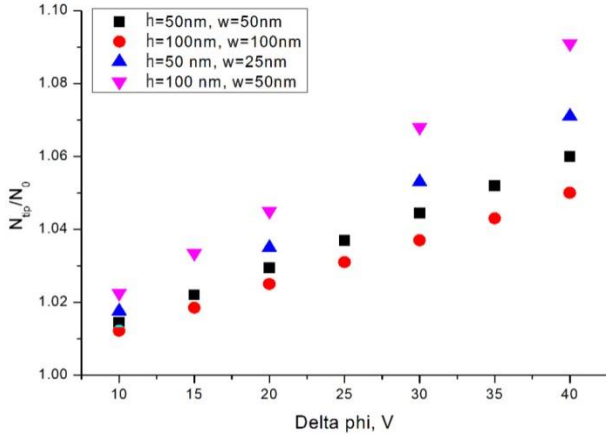
Чисельне розв'язання рівняння (13) за схемою скінченних елементів дає значення потенціалу в будь-якій точці системи. Надалі ми розраховуємо електричне поле як:

$$\mathbf{E} = -\nabla \varphi \quad (15)$$

і концентрацію електронів за формулою Больцмана (14). Насамперед нас цікавитимуть ці значення на вершині вістря, з якого відбувається емісія електронів.

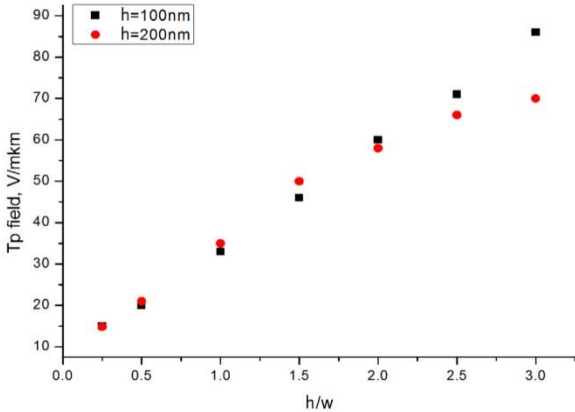
Розглядалися параметри напівпровідникової протрузії:  $N_d = N_{eff} = 10^{20} \text{ см}^{-3}$ . Розміри системи становили  $L_x = 0.5 \mu\text{m}$ ,  $L_y = 1 \mu\text{m}$ . На рис. 3 зображено розраховану залежність відносної концентрації електронів від різниці потенціалів між катодом і анодом для різних геометричних параметрів протрузій. Як легко бачити, залежність відносної концентрації від напруги для всіх наборів

геометричних параметрів є суто лінійною, а сама зміна відносної концентрації не перевищує 9 % для значення напруги в 40 В і параметрів протрузії  $h = 100$  нм,  $w = 50$  нм. Таким чином, виглядає умотивованим припущення [3] про лінійний розподіл заряду у вістрі за висотою, використаний у (4).



**Рис. 3.** Залежність нормованої концентрації електронів на вершині протрузії від різниці потенціалів між катодом і анодом для різних геометричних параметрів протрузії.

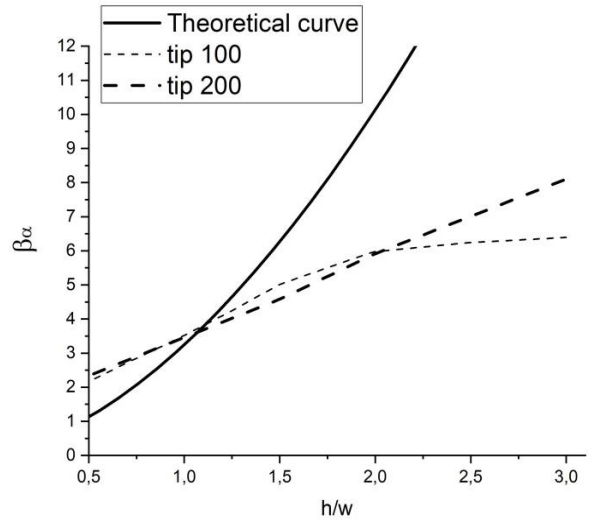
Далі розраховано залежність електричного поля біля вершини вістря від геометрії протрузії (рис. 4).



**Рис. 4.** Залежність напруженості електричного поля на вершині вістря від параметру  $h/w$  для двох різних значень висоти  $h$ . Прикладена напруга між анодом і катодом - 10В.

Легко бачити, що поле лінійно залежить від параметру  $h/w$ . З даних, наведених на рис. 4, легко реконструювати коефіцієнт посилення поля (рис. 5, дві нижні лінії). Тут-таки наведено розрахунок за формулою (2). Як видно, результати аналітичної моделі й чисельного розрахунку за порядком величин збігаються, але нижчі значення останніх є очікуваними, оскільки в цьому випадку розглядалася не тривимірна, а двовимірна модель, і можна говорити лише про якісну відповідність. Так само видно, що

одержаний у рамках точніших моделей коефіцієнт посилення поля для реалістичних значень параметру  $h/w \sim 1$  на порядок менший від оціночних значень, використаних у [2].



**Рис. 5.** Коефіцієнт посилення поля на вершині протрузії як функція параметру  $h/w$ : розрахунок за формулою (12) і результати чисельного розрахунку для значень висоти протрузії у 100 та 200 нм.

### III. Струм ПЕ з наноструктурованої поверхні SiC

Вище одержано значення коефіцієнта посилення поля на вершині протрузії (точка  $z = h$ ,  $r = 0$  в циліндричних координатах). Однак реально емісія відбувається не лише з самої вершини, а з певної області поблизу цієї вершини, аж до значень  $r \approx R_a$  [2, 5]. При цьому коефіцієнт посилення поля  $\beta$  в точці поверхні з координатами  $z, r$  описується законом косинуса [5]:

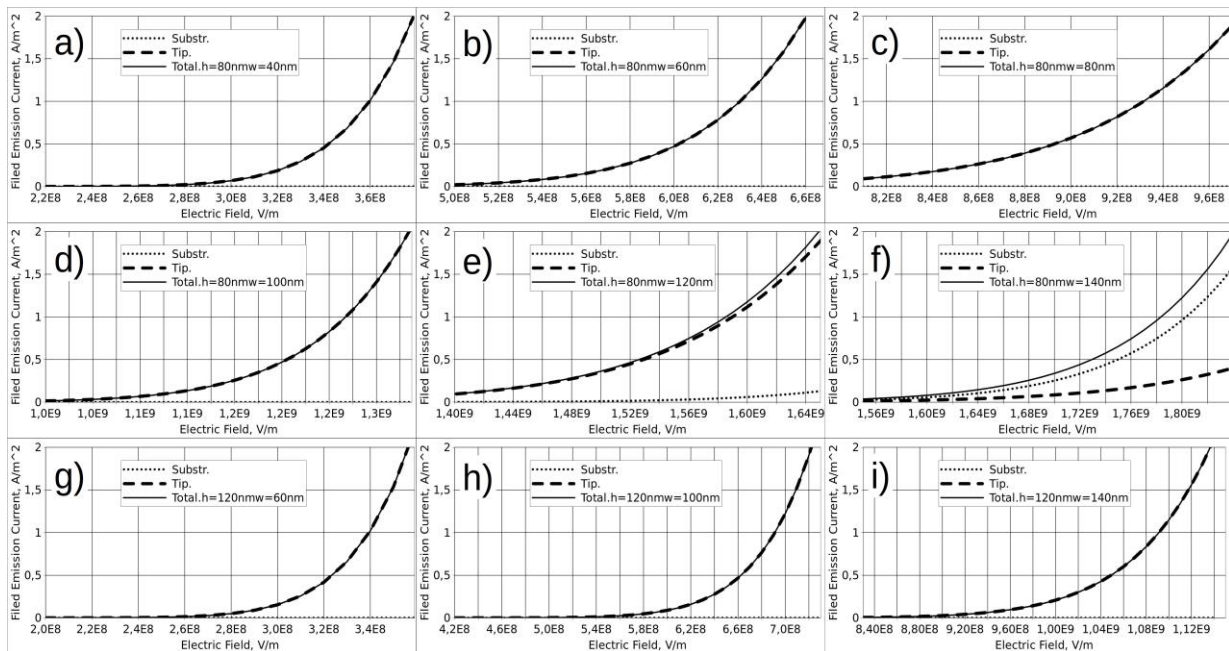
$$\beta = \beta_a \cos\theta, \quad \cos\theta = \frac{zh}{\sqrt{(zh)^2 + (rR_a)^2}} \quad (16)$$

З урахуванням цього усереднене значення коефіцієнта підсилення в наближенні  $z/h \approx 1$  для поверхні, з якої реально відбувається емісія, дорівнює:

$$\langle \beta \rangle \approx \frac{\beta_a}{R_a} \int_0^{R_a} \frac{dr}{\sqrt{1+(rR_a)^2}} = \beta_a \operatorname{arsh}(1) \approx 0.89 \beta_a. \quad (17)$$

Надалі вважаємо, що для значення  $r = \sqrt{2}w$  у (3) протрузія вже переходить у звичайну поверхню SiC, для якої коефіцієнт посилення поля дорівнює одиниці. Це дозволяє модифікувати вираз для струму (1), отриманий у [2]:

$$I = \frac{\hbar}{4em_e} \left( \frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_s} \right)^2 F^2 \exp \left[ -\frac{4\sqrt{2m}}{3\hbar e} \frac{\chi^{3/2}}{F} \right] L^2 (1 - 2N\pi w^2) + \frac{\hbar}{4em_e} \left( \frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_s} \right)^2 (\beta^2 F^2 \exp \left[ -\frac{4\sqrt{2m}}{3\hbar e} \frac{\chi^{3/2}}{\beta(F)} \right] L^2 N\pi R_a^2) \quad (18)$$



**Рис. 6.** Результати розрахунку за (18) струму ПЕ для значень  $h = 80$  нм і  $w$  в діапазоні від 40 нм до 140 нм (a - f) та для значень  $h = 120$  нм і  $w$  в діапазоні від 60 нм до 140 нм (g - i). Крапковою кривою окремо зображено струм рівної «підшови», описуваний першим доданком (18), пунктирною кривою – струм із вістря, описуваний другим доданком (18), а суцільною кривою – повний струм.

На рис. 6 наведено результати розрахунку за формулою (18) струму ПЕ для значень  $h = 80$  нм і  $w$  в діапазоні від 40 нм до 140 нм (a - f) та для значень  $h = 120$  нм і  $w$  в діапазоні від 60 нм до 140 нм (g - i). Крапковою кривою окремо зображено струм рівної «підшови», описуваний першим доданком (18), пунктирною кривою – струм із вістря, описуваний другим доданком (18), а суцільною кривою – повний струм.

Ці результати показують, що у випадку достатньо «гострої» протрузії (рис. 6a, g) при полях  $\sim 3 \times 10^8$  В/м можна очікувати емісійного струму  $\sim 1$  мА з квадратного сантиметру поверхні катоду. Отримані значення полів при такому струмі у кілька разів вищі, ніж в [2], через менше значення коефіцієнту посилення поля (12), аніж це передбачала проста оцінка (2). При цьому, однак, слід зауважити, що сама поверхня вершини протрузії, з якої відбувається ефективна ПЕ, у (18) суттєво більша, аніж в (1).

Важливо також відзначити, що навіть для протрузій з  $h \sim w$  майже весь струм ПЕ визначається емісією з вершини, роль плоского «підніжжя» зникло мала. І тільки для дуже «згладжених» протрузій з  $h < w$  (Рис. 6e, f) роль плоского «підніжжя» в ПЕ робиться істотною (але сам струм ПЕ при цьому малий, і такі системи вже перестають бути привабливими з погляду перспективи створення ефективного емітера).

## Висновки

Нами вперше побудовано послідовну теорію ПЕ з наноструктурованого напівпровідникового SiC з

використанням створеної аналітичної моделі для коефіцієнта підсилення поля у випадку достатньо «згладжених» протрузій, типу вивчених у [2], поверхня яких описуються кривою лоренцівського типу. Для верифікації наближень цієї аналітичної моделі проведено й прямий чисельний розрахунок коефіцієнту посилення поля для зазначених протрузій з розв'язанням рівняння Пуассона-Больцмана методом скінченних елементів.

Одержані чисельні оцінки підтверджують перспективність таких катодів. Для випадку достатньо «гострої» протрузії, висота якої є більшою від півширини, при полях  $\sim 3 \times 10^8$  В/м можна очікувати емісійного струму  $\sim 1$  мА з квадратного сантиметру поверхні катоду. Ці оцінки близькі за порядком величини до значень, отриманих у [1] для катодів на основі GaN та в [4] – для катодів на основі оксиду цинку. Однак перевагою запропонованих у [2] наноструктурованих катодів на основі SiC залишається простота технології їх виготовлення [6].

## Подяка

Цю роботу було підтримано Київським національним університетом імені Тараса Шевченка та Міністерством освіти і науки України (тема № 21БП052-02).

**Горячко А.М.** – доцент кафедри квантової радіофізики та наноелектроніки факультету радіофізики електроніки та комп'ютерних систем;  
**Корж Д.О.** – студент факультету радіофізики електроніки та комп'ютерних систем;

**Слободянюк Д.В.** - молодший науковий співробітник комп'ютерних систем, головний науковий Інституту високих технологій; співробітник.  
**Стріха М.В.** – професор кафедри фізичної електроніки факультету радіофізики електроніки та

- [1] Anatoliy Evtukh, Hans Hartnagel, Oktay Yilmazoglu, Hidenori Mimura and Dimitris Pavlidis, *Vacuum Nanoelectronic Devices: Novel Electron Sources and Applications*, (John Wiley & Sons, Ltd., 2015).
- [2] А.М. Goriachko, М.В. Strikha, *Nanostructured SiC as a promising material for the cold electron emitters*, Semiconductor physics, quantum electronics and optoelectronics 24(4), 355 (2021).
- [3] Debabrata Biswas. A universal formula for the field enhancement factor, Physics of Plasmas 25, 043113 (2018); <https://arxiv.org/pdf/1801.09990.pdf>; <https://doi.org/10.1063/1.5025694>.
- [4] M.O.S. Dantas, D. Criado, A. Zúñiga, W.A.A. Silva, E. Galeazzo, H.E.M. Peres and M.M.Kopelovski, *ZnO Nanowire-Based Field Emission Devices Through a Microelectronic Compatible Route*. Journal of Integrated Circuits and Systems 15, 1 (2020); <https://doi.org/10.29292/jics>.
- [5] Debabrata Biswas, Gaurav Singh, Rajasree Ramachandran. *The cosine law of field enhancement factor variation: Generic emitter shapes*. Physica E: Low dimensional Systems and Nanostructures 109, 179 (2019).
- [6] A. Goryachko, Y. Yeromenko, K. Henkel, J. Wollweber, D. Schmeißer, *The Si(001)/C2H2 interaction to form a buffer layer for 3C-SiC growth*, Physica Status Solidi (a) 201, 245 (2004).

А.М. Goriachko<sup>1</sup>, Д.О. Korzh<sup>1</sup>, Д.В. Slobodianiuk<sup>1</sup>, М.В. Strikha<sup>1,2</sup>

## Field Emission from the Perspective Cathodes on the Nanostructured SiC base: a New Approach for the Field Enhancement Coefficient Consideration

<sup>1</sup>National Taras Shevchenko University of Kyiv, Hlushkova ave., 4g, Kyiv, Ukraine

<sup>2</sup>V.E. Lashkaryov Institute of Semiconductor Physics NAS of Ukraine, Nauky ave., 41, Kyiv, Ukraine, [maksym\\_strikha@hotmail.com](mailto:maksym_strikha@hotmail.com)

A new comprehensive theory for the field emission from the nanostructured semiconducting SiC was build with allowance for specially worked out analytical model of the field enhancement coefficient for the case of comparatively “smooth” protrusions, described by the curve of Lorenzian type. For the purpose of this analytical model verification the direct numerical computation of the field enhancement coefficient for the mentioned protrusions was carried through solving of the Poisson-Boltzmann equation using the finite elements method. The obtained numerical estimations confirm the perspectives of these cathodes. For the “sharp” protrusions with the height greater than the half-width, the emission current of 1 mA order can be harvested from one square cm for the fields  $\sim 3 \times 10^8$  V/m. The advantage of the proposed nanostructured cathodes based on SiC is the simplicity of their fabrication.

**Key words.** Field emission, field enhancement coefficient, nanostructured surface, protrusion.