

С.П. Новосядлий, Р.В. Вальтер

Комп'ютерне моделювання рекурсивних цифрових фільтрів другого порядку сигнальної системи автоматизованого проектування

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника, вул. Шевченка 57, м. Івано-Франківськ,
76000, Україна, e-mail: rom.valter2013@meta.ua

В статті викладений аналітичний метод моделювання програмних рекурсивних цифрових фільтрів другого порядку з нулями на колі одиничного радіуса. Розроблено відповідний алгоритм масштабування даного складу фільтрів для сигнальної системи автоматизованого проектування (САПР).

Стаття постуила до редакції 26.06.2017; прийнята до друку 05.12.2017.

Вступ

Запропонований метод обробки сигнальної САПР полягає у тому, щоб показати необхідність розробки рекурсивних цифрових фільтрів (РЦФ) з переналаштованою структурою. Величини, які закладені в основному розрахунку і синтезу програмуємих цифрових фільтрів, в основному визначаються видом переналаштування параметрів. Тут відповідно розрізняють масштабне і немасштабне переналаштування параметрів амплітудно-частотних характеристик (АЧХ, або годограф). Найчастіше при розробці програмованих як трансверсальних так і рекурсивних цифрових фільтрів використовується масштабне переналаштування, при якому змінюються параметри масштабування:

- частота зрізу ψ_3 для фільтрів нижніх частот (ФНЧ) і фільтрів верхніх частот (ФВЧ);
- центральна частота ψ_0 і смуга пропускання $\Delta\psi$ для смугових фільтрів (СФ). при цьому добротність Q залишається постійною;
- аналогові фільтри є базовою основою для цифрових фільтрів.

I. Теорія і методика

Програмованим рекурсивних цифрових фільтрам першого і другого порядків відводиться роль базових ланок в каскадних і паралельних структурах більш високих порядків (≥ 3). Тут найбільш

універсальність має бікватратний блок, який дозволяє реалізуватися на базі одного спец-обчислювача ФНЧ, ФВЧ і смугового чи рекурсивного фільтра. Передатна функція (характеристична) ланки другого порядку визначається так:

$$H(z) = B_0 \frac{1+B_1z^{-1}+B_2z^{-2}}{1+A_1z^{-1}+A_2z^{-2}}, \quad (1)$$

де B_0 – масштабуючий множник, A_i, B_i ($i = 0, 1, 2$) – коефіцієнт фільтра Z -положення змінних z -перетворень.

В даній статті представлені аналітичні вирази для розрахунку (моделювання) коефіцієнтів передавальної функції програмованих РЦФ є саме методом на основі аналогових фільтрів. Це пояснюється тим, що на сьогодні дуже добре розроблені і добре вивчені методи синтезу аналогових фільтрів і тут є важливий довідковий матеріал для різного виду апроксимації. При цьому розрахунок коефіцієнтів функції $H(z)$ із передавальної функції аналогового прототипу з веденого до раціонального вигляду оператора перетворення p -області в z -область.

II. Практичне застосування

Використання аналогового прототипу дозволяє основі білінійного z -перетворення отримати наступні вирази для аналітичного моделювання:

- для цифрових ФНЧ $B_1 = 2$;

$$A_1 = \frac{\Omega_A^2 (\Omega_A^2 (2x^2 + 1) - 2)}{\Omega_A^2 (x^2 + 0,5) + \sqrt{2}x\Omega_A + 1}, \quad (2)$$

$$A_2 = \frac{\Omega_A^2 (x^2 + 0,5) - \sqrt{2}x\Omega_A + 1}{\Omega_A^2 (x^2 + 0,5) + \sqrt{2}x\Omega_A + 1};$$

- для цифрових ФВЧ $V_1 = -2$

$$A_1 = \frac{2 - \Omega_B^2 (\Omega_B^2 (2x^2 + 1))}{\Omega_B^2 (x^2 + 0,5) + \sqrt{2}x\Omega_B + 1}, \quad (3)$$

$$A_2 = \frac{\Omega_B^2 (x^2 + 0,5) - \sqrt{2}x\Omega_B + 1}{\Omega_B^2 (x^2 + 0,5) + \sqrt{2}x\Omega_B + 1};$$

де $x = sh[0,5ars(10^{0,1dn} - 1) f^{\psi/2}]; \quad \Omega_A = tg\pi\psi'_A;$
 $\Omega_B = tg\pi\psi'_B; \quad \psi'_A = \frac{\psi_A}{\psi_D}; \quad \psi'_B = \frac{\psi_B}{\psi_D},$

тут Δn – нерівність АЧХ РСХ в смузі пропускання ∂B ; ψ_A, ψ_B – частоти зрізу цифрових ФНЧ і ФВЧ відповідно ψ_D – частота дискретизації;

- для смугових фільтрів $V_0 = 0$;

$$A_1 = \frac{2(\Omega_0^2 - 1)}{1 + \frac{\omega}{\varepsilon} + \Omega_0^2}, \quad (4)$$

$$A_2 = \frac{1 - \frac{\omega}{\varepsilon} + \Omega_0^2}{1 + \frac{\omega}{\varepsilon} + \Omega_0^2},$$

де $d = 10^{\frac{\Delta n}{20}}$ – площина апроксимації:

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{1 - d^2}}{d^2}, \quad \Omega_0^2 = tg\left(\frac{\pi\psi_1}{\psi_D}\right) tg\left(\frac{\pi\psi_2}{\psi_D}\right),$$

$$\omega = tg\left(\frac{\pi\psi_2}{\psi_D}\right) - tg\left(\frac{\pi\psi_1}{\psi_D}\right).$$

Розв'язуючи рівняння (1) відносно $\Delta n, \psi_A$, (2) відносно $\Delta n, \psi_B$, отримаємо такі розрахункові вирази:

$$\Delta n = 10 \lg \left(sh^2 \left(2 \operatorname{arsh} \frac{1 - A_2}{\sqrt{6A_2 - A_2^2 - A_2^2 - 1}} \right) \right) + 1, \quad (5)$$

$$\psi'_A = \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{2\sqrt{6A_2 - A_2^2 - A_2^2 - 1}}{\sqrt{2}(A_2 - A_1 - 1)},$$

$$\psi'_B = \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{2\sqrt{6A_2 - A_2^2 - A_2^2 - 1}}{\sqrt{2}(A_2 + A_1 + 1)}.$$

Оскільки $\Delta n, \psi'_A, \psi'_B$ є позитивними числами, то із рівняння (1) і (2) виконуються обмеження на величину A_1 і A_2 .

$$A_2 - A_1 + 1 > 0, \quad A_1^2 - 4A_2 > 0, \quad 1 - A_2 > 0, \quad (6)$$

$$A_2 + A_1 + 1 > 0$$

Область обмежень (6) тут інтерпретується як область на площині з прямокутними координатами A_1 і A_2 , яка обмежена трикутником, вершини якого розміщені в точках $(-2, 1)$, $(2, 1)$, $(0, -1)$. Ця область стійкості фільтра розділена параболою $A_2 - A_1^2/4$ на дві частини: область слабого демпфірування ($\frac{A_1^2}{4} < A_2 < 1$) і область сильного демпфірування ($-1 < A_2 < \frac{A_1^2}{4}$). У випадку реалізації ФНЧ і ФВЧ управління частотою зросту доцільно виконувати в першій області, близькій до параболи, тобто коли допускаються швидко затухаючі власні коливання фільтра. Таким чином, область аналізу АЧХ (чи годограф) обмежена нерівностями:

$$-2 < A_1 < 2, \quad 0 < A_2 < 1$$

Структуру програми машинного аналізу АЦХ (ФЧХ) розглянута на прикладі ФНЧ. Вона включає в себе наступні блоки алгоритму:

- введення значення частоти дискретизації ψ_D

і початкової частоти аналізуючої області ψ_0 , аналізу $\Delta \psi$, значення коефіцієнтів A_1 і A_2 ;

- обчислення значень АЧХ $H(\varphi)$,

$\varphi = 2\pi(\varphi_0 + i\Delta\varphi)/\varphi_D; i = 1, 2, \dots, n$;

- перевірити АЧХ на існування екстремумів у вибраному інтервалі частот;

- пошук в масиві $H(\varphi_i)$ максимального і мінімального значення і запам'ятовування відповідних частот;

- пошук в масиві $H(\varphi_0)$ точки $(A \ \omega \ \varepsilon \varphi - 3)$ дБ на інтервалі $D > \varphi > \varphi_0$;

- розрахунок нерівномірності АЧХ;

- виведення на екран вихідних даних і результатів аналізу.

Проведений аналіз показує, що програмовані цифрові фільтри, які реалізовані у вигляді базової ланки з нулями передатної функції, розміщеними на колі одиничного радіуса, зберігає достатньо широкі можливості перебудовування АЧХ шляхом зміни коефіцієнтів A_1 і A_2 . Частоту зрізу ФНЧ можна регулювати, наприклад при $\varphi_D = \text{const}$ і $\Delta H < 3$ дБ, якщо вибрати $A_2 = 0,5 - 0,55$, а коефіцієнт A_1 змінюється в межах $-1,2 < A_1 < 0$. При цьому необхідно виконувати умову масштабування $H_{\max} = 0$ шляхом зміни множника V_0 в межах (4 - 30) дБ. Регулювання частоти зрізу ФВЧ при цих же можливостях на φ_D і ΔH можливо в межах граничних і для цього необхідно вибрати коефіцієнт $A_2 = 0,4 - 0,45$ та знайти другий коефіцієнт в межах $-1,2 < A_1 < 1,2$, підбираючи для кожної пари $(A_1$ і $A_2)$ коефіцієнт масштабування V_0 , завдяки якому H_{\max} змінюється на величину від 14,4 дБ до 21,0 дБ.

Проведений алгоритм розрахунку використовувався при апаратурній реалізації програмового РЦФ, де використовувались 10-розрядні коефіцієнти передатної функції, а розрядність операторів всередині самого обчислювача була рівна 12.

Порівнявши результат експерименту з теоретичними розрахунками, показано високу адекватність даного комп'ютерного моделювання.

Висновки

1. Розроблено алгоритм комп'ютерного моделювання рекурсивних цифрових фільтрів (ФНЧ, ФВЧ, СФ).

2. За допомогою масштабного коефіцієнта V_0 виконується алгоритм масштабування РЦФ.

3. Розроблений алгоритм моделювання визначає сигналову САПР цифрової фільтрації.

Новосядлий С.П. – доктор технічних наук, професор кафедри комп'ютерної інженерії і електроніки;
Вальтер Р.В. – студент.

[1] Э. Айфичер, Б. Джервис, Цифровая обработка сигналов. Практический подход (Вильямс, Москва, 2004).

[2] А. Антонию, Цифровые фильтры: анализ и проектирование (Радио и связь, Москва, 1983).

[3] Р. Блейхут, Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов: Пер. с англ. (Мир, Москва, 1989).

- [4] В.И. Бондарев, Г. Трёстер, В.С. Чернега, Цифровая обработка сигналов: Методы и средства. Учеб. пособие для вузов. 2-е изд.(Конус, Харьков, 2001).
- [5] А.С. Глинченко, А.И. Голенюк, Принципы организации и программирования сигнальных процессоров ADSP-21XX (Изд-во КГТУ, Красноярск, 2000).
- [6] Л.М. Гольденберг и др., Цифровая обработка сигналов: Учебное пособие для вузов (Радио и связь, Москва, 1990).
- [7] В.С. Гутников, Фильтрация измерительных сигналов (Энергоатомиздат, Ленинград, 1990).
- [8] Д. Даджион, Р. Мерсеро, Цифровая обработка многомерных сигналов (Мир, Москва, 1988).
- [9] В.И. Дмитриев, Прикладная теория информации: Учебник для студентов вузов (Высшая школа, Москва, 1989).
- [10] В. Дьяконов, И. Абраменкова, MATLAB. Обработка сигналов и изображений. Специальный справочник (СПб.: Питер, 2002).
- [11] А.В. Оппенгейм, Р.В. Шафер, Цифровая обработка сигналов (Связь, Москва, 1979).
- [12] Р.В. Хемминг, Цифровые фильтры (Недра, Москва, 1987).
- [13] В. Шрюфер, Обробка сигналів. Підручник / за ред. В.П. Бабак (Либідь, Київ, 1992).

S.P. Novosyadly, R.V. Valter

Computer Modeling of Second-Order Recursive Digital Filters of the Automated Design Signaling System

Precarpathian National University named after Vasyl Stefanyk, 57 Shevchenko St., Ivano-Frankivsk, 76000, Ukraine

In the article the analytical method of modeling software recursive digital filters of the second order with zeros on the circle of the single radius is presented. The corresponding algorithm of scaling of this composition of filters for signal CAD is developed.